第20回日本道路会議論文集

796 円曲線の中間点設置方法に関する考案

金亀建設（株）工事部　　　坪田　実

1　ま　え　が　き

平面線形が曲線である道路構造物の設置施工は、設定した丁張り間の水糸を基準として、構造物までの距離－縦距－を算出して曲線設置を決定する場合が多い。本文は、基線からの距離を算出して円曲線の中間点を設置する方法－縦距算出法－について検討したものである。

2　土　方　カ　ー　ブ

円曲線を設置する際、基線からの距離を測定して設置する方法は、簡便法として、中央縦距法と$\frac{1}{4}$法の組合せによる方法－土方カーブ－がある。

土方カーブは、簡単な四則計算で縦距を算出し、スケール等を用いて容易に中間点が設置できる。その為、現場技術者から大工、石工等の職人まで、施工に携わる者の広い範囲で用いられている。ただこの場合、縦距の測定位置は基線の中央点に限定され、基線上の任意点の縦距は算出できないのが欠点である。

例えば、丁張り間の任意の点で基礎、桝等の単独構造物を施工または設置する場合、土方カーブのみでは十分な対処ができない。そのため、繰返し$\frac{1}{4}$法を適用していくか、あるいは偏角設置法等により任意点での丁張りを再設置する必要ができてくる。

これらの欠点を補う為、基線上にある任意点での縦距を算出する方法について検討してみた。

3　任意点での縦距算出法

図－１のとおり、測点Ａ、Ｂを通る円弧について考える。∠ＰＡＢと∠ＰＯＢは、円周角と中心角の関係から

$$\angle PAB = \frac{1}{2}\angle POB = \frac{b}{2R}\ \text{ラジアン}\cdots\cdots①$$

また弦長$\overline{PA}$は

$$\overline{PA} = 2R\sin\frac{\angle POA}{2} = 2R\sin\frac{a}{2R}\cdots\cdots\cdots②$$

①、②式よりＰ点から弦ＡＢまでの縦距Ｆの算出式を求める。

$$F = \overline{PA}\sin\angle PAB$$

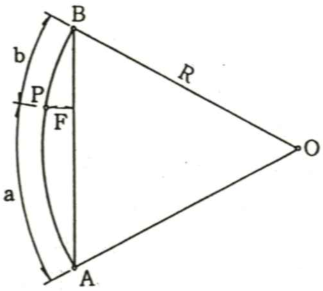
$$\therefore F = 2R\sin\frac{a}{2R}\sin\frac{b}{2R}\ \text{（厳密解）}\cdots\cdots\cdots③$$

次に、弧長ａ、ｂが半径Ｒに比べ十分に小であるとき

$$\sin\frac{a}{2R} \fallingdotseq \frac{a}{2R}\cdot\sin\frac{b}{2R} \fallingdotseq \frac{b}{2R}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots④$$

これを③式に代入て次の通り縦距算出式が得られる。

$$F = \frac{ab}{2R}\quad\text{（近似解）}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots⑤$$



A，B	；	既知の測点
P	；	弧$\widehat{AB}$上の任意点
a，b	；	弧長$\widehat{AP}$，弧長$\widehat{PB}$
R	；	円曲線の半径
O	；	円曲線の中心
F	；	P点の縦距

図－１　円曲線上の縦距と各諸元

4　近似式の適用範囲

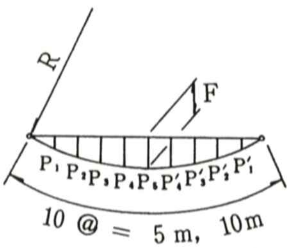
縦距算出式⑤は近似式である為、施工への適用にあたってはその精度を把握する必要がある。⑤式において丁張り間の水糸を長弦とした場合、ａとｂの和は弧長にあたり、丁張り間の設置間隔と考えてよい。

丁張りの設置間隔は、道路土工－施工指針においては、半径３００ｍ以上では１０ｍ、半径３００ｍ以下では５ｍとしている。一般的な構造物の丁張り間隔も５～１０ｍの範囲で設定される場合が多い。

ここでは、弧長を５ｍと１０ｍについて、また半径Ｒを３０ｍ～３００ｍの範囲で縦距の精度を検討する。図－２で示す通り、円弧を１０分割して、各々の点の縦距について近似解と厳密解を求め、表－１の通り対比してみた。

表－1　円曲線の縦距算出例

半径	弧長	5 m					10 m				
	位置	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
30m	厳密解	0.038	0.067	0.088	0.100	0.104	0.150	0.267	0.350	0.400	0.417
	近似解	0.037	0.067	0.087	0.100	0.104	0.149	0.266	0.349	0.399	0.416
50m	厳密解	0.023	0.040	0.053	0.060	0.063	0.090	0.160	0.210	0.240	0.250
	近似解	0.022	0.040	0.052	0.060	0.062	0.090	0.160	0.210	0.240	0.250
100m	厳密解	0.011	0.020	0.026	0.030	0.031	0.045	0.080	0.105	0.120	0.125
	近似解	0.011	0.020	0.026	0.030	0.031	0.045	0.080	0.105	0.120	0.125
300m	厳密解	0.004	0.007	0.009	0.010	0.010	0.015	0.027	0.035	0.040	0.042
	近似解	0.004	0.007	0.009	0.010	0.010	0.015	0.027	0.035	0.040	0.042



図－2　円曲線上の縦距

水糸からの距離を測定し円曲線を設置する際、その算出誤差、設置誤差を考えると近似解の誤差は、２㎜以内であればあまり問題はない。要求される精度が２㎜以内とした場合、表－１から丁張り間隔が５ｍ～１０ｍの範囲では、半径Ｒが３０ｍ以上であれば近似式⑤は十分適用できる。また、同様な試算を弧長が１０ｍ以上で行った結果、半径が弧長の５倍以上では、近似解の誤差は、ほぼ２㎜以内であった。

5　クロソイド曲線上での応用

クロソイドは曲率が曲線長に比例して増大する曲線である。いいかえれば、半径が一様に変化する円の集合と考えられる。クロソイド曲線上での中間点設置は、その任意点での半径をその間の円とおきかえれば、⑤式は次の通りになる。

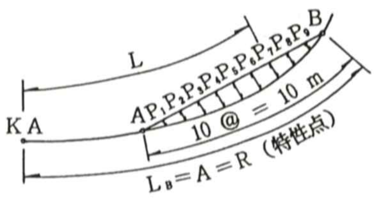
$$F=\frac{a\,b\,L}{2\,A^2}\cdots\cdots\cdots ⑥$$

ここに　Ｌ＝クロソイド曲線長
　　　　Ａ＝クロソイドのパラメーター

一般にクロソイド曲線は、Ｌ≦Ａ≦Ｒの範囲で設定される場合が多い。ここでは、図－３のような条件の特性点付近（Ｂ点のクロソイド長L_B＝Ａ）のＡ＝５０、１００、２００における条件下で⑥式から得られる縦距を算出し表－２とおり厳密解と対比してみた。

表－2　クロソイド曲線の縦距算出例

パラメーター	弧長	10 m								
	位置	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
50	厳密解	0.079	0.141	0.186	0.214	0.225	0.217	0.192	0.147	0.083
	近似解	0.074	0.134	0.181	0.211	0.225	0.221	0.197	0.154	0.088
100	厳密解	0.042	0.075	0.099	0.114	0.119	0.114	0.100	0.077	0.043
	近似解	0.041	0.074	0.098	0.113	0.119	0.115	0.102	0.078	0.045
200	厳密解	0.022	0.039	0.051	0.058	0.061	0.059	0.051	0.039	0.022
	近似解	0.022	0.038	0.051	0.058	0.061	0.059	0.052	0.040	0.022



Ｌ；クロソイド長
Ａ；パラメーター
Ｒ；半径

図－3　クロソイド曲線上の縦距

表－２から、⑥式で得られる近似解は、端部付近で誤差が大きくなる傾向を示す。また、クロソイド長が短くなれば、半径は大きくなりその縦距は小さくなって、当然その誤差も小さくなる。すなわち特性点以下の範囲では精度を２㎜以内とした場合、パラメーターが１００以上で⑥式による近似解は適用できる。

6　あ と が き

簡便法としての曲線設置は、簡単な四則計算とテープ等による容易で敏速な設置であり、その意味で今回求められた算出式は十分使用できる。また、弧長は長弦上の距離（弦長）に置き換えられる場合が多く、さらに簡便法としての適用範囲が広がる。ただ、実際の使用にあたっては、現場の諸条件、施工方法及び必要な精度を検討し、縦距算出の方法を選ぶ必要がある。